

Aktif Manyetik Yatak Elektriksel Dinamik Modeli

Kutlay Aydın¹

Mehmet Timur Aydemir²

¹TUSAŞ – Türk Havacılık ve Uzay Sanayii, Ankara

²Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Gazi Üniversitesi, Ankara

¹e-posta: kaydin@tai.com.tr

²e-posta: aydemirmt@gazi.edu.tr

Özetçe

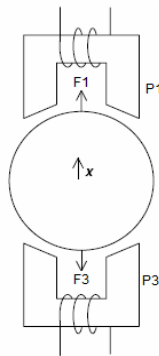
Aktif manyetik yataklar (AMB), sürtünme kayıplarının performansı olumsuz yönde etkilediği sistemlerde yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. Özellikle mekanik batarya sistemlerinin gelişmesinde aktif manyetik yataklar önemli rol oynamaktadır. Aktif manyetik yatak denetleyici tasarımında sistemin dinamik tepkisi önem taşımaktadır. Bu çalışmada AMB'nin elektriksel dinamik modeli oluşturulmuş ve bu modelin sistem denetim benzetimi ile performansı gösterilmiştir.

1. Giriş

Aktif manyetik yatak temelde bir elektrik makinasıdır. Bu elektrik makinasının en temel özelliği, uygulanan akıma ve rotor deplasmanına bağlı olarak doğrusal kuvvetler oluşturmaktır [1, 2]. Rotor deplasmanı çok küçük bir aralıkta gerçekleştiği için genellikle bu deplasmandan kaynaklanan ve doğrusallığı bozan dinamikler AMB kontrolünde dikkate alınmaz. Bu nedenle AMB denetleyici tasarımında dinamik model yerine transfer fonksiyonun veya indirgenmiş modellerin kullanılması tercih edilmektedir [3, 4].

2. Matematiksel Modelleme

Aktif manyetik yatak temelde manyetik bir devredir. Oluşturulan manyetik çekme kuvveti sayesinde yataklanan rotor merkezde tutulmaktadır. Bu çalışmada tek bir radyal manyetik yatağın 1-eksen için modeli oluşturulacaktır (Şekil 1).



Şekil 1: Tek eksen radyal manyetik yatak sembolik gösterimi

F₁ kuvveti P₁ kutbu tarafından, F₃ kuvveti de P₃ kutbu tarafından oluşturulmaktadır. Sistemin dengede kalabilmesi için dışarıdan uygulanan bozucu kuvvetler ile F₁ ve F₃ kuvvetlerinin bileşkesi sıfır olmalıdır. Bozucu kuvvetler

nedeniyle oluşan rotor deplasmanı x ile gösterilmektedir. Radyal bir yatağın tek ekseninde kararlılığını sağlamak için P₁ ve P₃ kutuplarını oluşturan manyetik devreler yeterlidir.

Tek bir manyetik devre (kutup) Şekil 2'de gösterildiği gibi analiz edilebilir. Manyetik devrenin doğrusal ve kayıpsız olduğu kabul edilmektedir. Sarıma “v” gerilimi uygulandığında “i” akımının geçtiği kabul edilirse 1. eşitlik yazılabilir.

$$v = i * R + e = i * R + \frac{d\lambda}{dt} \quad (1)$$

$$\lambda = i * L$$

Aktif manyetik yataklarda amaç rotoru merkezde tutmak olduğu için kontrol sisteminde rotor deplasmanına (x) bağlı bir geri besleme mevcuttur. Bu nedenle rotorda bir deplasman söz konusu olduğunda akım değişiminin yanında endüktans değeri de değişmektedir. Sabit hava aralığı için endüktans değeri 2. eşitlikte gösterildiği gibidir. Bu değer “L_o” ile gösterilmektedir.

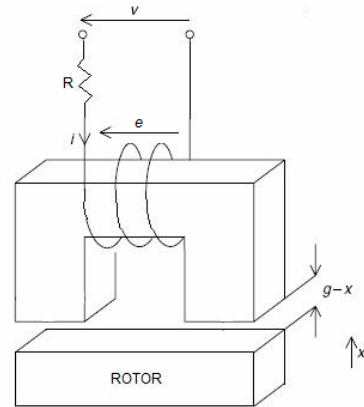
$$L_o = \frac{N^2 * \mu_0 * S}{2 * g} \quad (2)$$

N : sarım sayısı

μ₀ : havanın manyetik geçirgenliği (permeability (H/m))

S : kesit alanı (m²)

g : hava aralığı (m)



Şekil 2: Manyetik devre

Hava aralığındaki değişim endüktans değerini de değiştirmektedir. Deplasmana (x) bağlı endüktans değeri L(x) ile gösterilmektedir.

$$L(x) = \frac{N^2 * \mu_0 * A}{2 * (g - x)} \quad (3)$$

Rotor deplasmanı daima hava aralığından daha küçük bir değere sahip olduğu için aşağıdaki seri açılımı kullanılabilir.

$$\begin{aligned} \frac{1}{(g-x)} &= \frac{1}{g} \frac{1}{(1-\frac{x}{g})} \\ &= \frac{1}{g} \left[1 + \frac{x}{g} + \left(\frac{x}{g}\right)^2 + \left(\frac{x}{g}\right)^3 + \dots \right] \end{aligned} \quad (4)$$

Seri açılımın ilk üç bileşeni deplasmana bağlı endüktans ifadesinde kullanılırsa 5. eşitlik elde edilir.

$$\begin{aligned} L(x) &= \frac{N^2 * \mu_0 * A}{2 * g} * \left(1 + \frac{x}{g} + \frac{x^2}{g^2}\right) \\ &= L_0 * \left(1 + \frac{x}{g} + \frac{x^2}{g^2}\right) \end{aligned} \quad (5)$$

Bu yaklaşımlar altında 1. eşitlik yeniden yazılabilir.

$$v = i * R + \frac{d}{dt}(i * L(x)) = i * R + L(x) \frac{di}{dt} + i \frac{dL(x)}{dt}$$

$$v = i * R + L(x) \frac{di}{dt} + i \frac{dL(x)}{dx} \frac{dx}{dt}$$

$$\begin{aligned} v &= i * R + L_0 * \left(1 + \frac{x}{g} + \frac{x^2}{g^2}\right) * \frac{di}{dt} \\ &\quad + i * L_0 * \left(\frac{1}{g} + \frac{2 * x}{g^2}\right) * \frac{dx}{dt} \end{aligned} \quad (6)$$

Eşitliklerde kullanılan (dx/dt) çarpanı rotorun doğrusal hızını ifade etmektedir. Devreden akan akım değerini (i) elde etmek için 6. eşitlik kullanılır.

$$i = \frac{1}{L(x)} \left[v - i * R - i * L_0 * \left(\frac{1}{g} + \frac{2 * x}{g^2}\right) * \frac{dx}{dt} \right] dt \quad (7)$$

Tek bir radyal yatakta 1-eksende kararlılık için en az 2-kutuplu bir yapı kullanılmaktadır (Şekil 1). Bu nedenle 1-eksende kararlılık için sistemde iki akım değeri mevcuttur (i_1 ve i_3). Akım değerlerine bağlı olarak doğrultuları farklı iki çekme kuvveti oluşmaktadır. Aynı zamanda rotorda x-yönünde meydana gelen deplasman her iki kutup için aynı genlikte olup P_1 kutbu için $(+x)$, P_2 kutbu için ise $(-x)$ değerindedir. Bu bilgiler ışığında her iki manyetik devreye ait akım değerleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$i_1 = \int \frac{1}{L(x_1)} \left[v_1 - i_1 * R - i_1 * L_0 * \left(\frac{1}{g} + \frac{2 * x_1}{g^2}\right) * \frac{dx_1}{dt} \right] dt \quad (8)$$

$$i_3 = \int \frac{1}{L(x_3)} \left[v_3 - i_3 * R - i_3 * L_0 * \left(\frac{1}{g} + \frac{2 * x_3}{g^2}\right) * \frac{dx_3}{dt} \right] dt$$

Manyetik devrelerden akan akımlar nedeniyle rotor üzerinde manyetik çekme kuvvetleri oluşmaktadır. Manyetik devrenin doğrusal olduğu kabul edildiğinde manyetik alanda depolanan enerji (W_f) 9. eşitlik ile ifade edilebilir. Manyetik kuvvet, enerjinin deplasmana bağlı değişimi ile ifade edilmektedir (10. eşitlik).

$$W_f = \frac{1}{2} i^2 L(x) \quad (9)$$

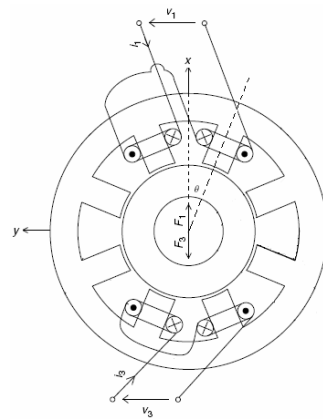
$$\begin{aligned} F &= \frac{dW_f}{dx} = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(x)}{dx} \\ F &= \frac{1}{2} i^2 * L_0 * \left(\frac{1}{g} + \frac{2 * x}{g^2}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

Akım ve deplasmana bağlı P_1 ve P_3 kutuplarının oluşturduğu manyetik kuvvetler aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$F_1 = \frac{1}{2} i_1^2 * L_0 * \left(\frac{1}{g} + \frac{2 * x_1}{g^2}\right) \quad (11)$$

$$F_3 = \frac{1}{2} i_3^2 * L_0 * \left(\frac{1}{g} + \frac{2 * x_3}{g^2}\right)$$

11. eşitlikte verilen F_1 ve F_3 kuvvetleri, Şekil 1'deki yapı için geçerlidir. Gerçekte, radyal yatakların kutup çıkıntıları silindirik rotor yüzeyine dik olacak şekilde konumlandırılır (Şekil 3). Bu nedenle üretilen manyetik kuvvetin, kutup çıkıntısının eğiklik açısına (kutup açısı, θ) bağlı değeri x-ekseninde rotora etki eder (12. eşitlik).

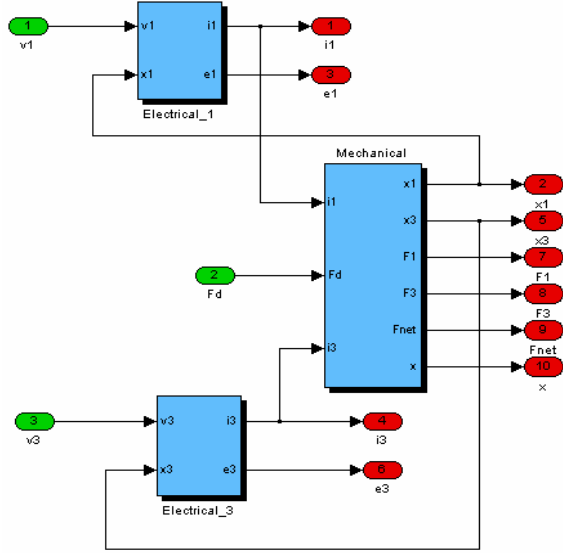


Şekil 3: Radyal manyetik yatak

$$F_3 = \frac{1}{2} i_3^2 * L_o * (\frac{1}{g} + \frac{2 * x_3}{g^2}) * \cos(\theta)$$

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_3 + \mathbf{F}_d = m * \mathbf{a} \quad (13)$$
$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_3 + \mathbf{F}_d + m * \mathbf{G} * \cos(\phi) = m * \mathbf{a} \quad (14)$$
[illegible]
$$\mathbf{x} = \iint \mathbf{a} * d\mathbf{t} = \iint \left[\frac{\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_3 + \mathbf{F}_d + \mathbf{m} * \mathbf{G} * \cos(\phi)}{m} \right] d\mathbf{t} \quad (15)$$

Radyal manyetik yatağın tek eksen için oluşturulmuş tüm modeli Şekil 7’de görülmektedir. “e1” ve “e3” çıkışları endüktans gerilimleri olup Şekil 4’te “e” ile gösterilmektedir.

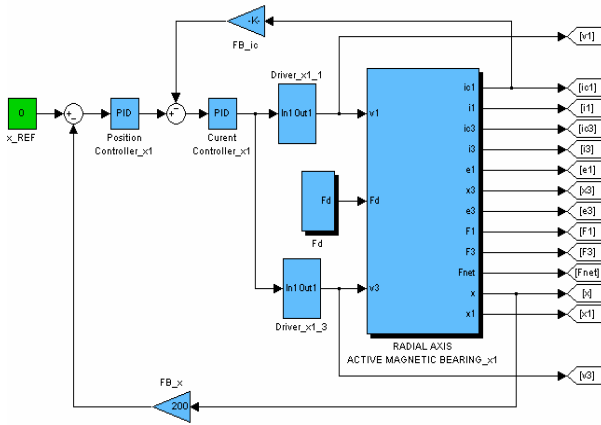


Şekil 7: Manyetik yatak modeli

Modelde, rotorun merkezde olması durumundaki sarım endüktansı (L_o), sarım direnci, hava aralığı, rotor kütlesi, rotorun başlangıç konumu, kutup açısı ve yerçekim açısı parametreleri değiştirilebilmektedir.

4. Benzetim Çalışması

Manyetik yatağın benzetim çalışmasını yapmak için geri beslemeli bir denetim döngüsü oluşturmak gerekmektedir. Manyetik yatağın P_1 ve P_3 kutupları için bir PID denetleyici kullanılmaktadır. Kapalı döngü denetim modeli Şekil 8’de görülmektedir.



Şekil 8: Manyetik yatak kontrol modeli

Her iki kutup için de rotor deplasman referansı olarak sıfır girilmektedir. Denetleyici katsayılarını çok fazla artırmamak için geri besleme kazancı olarak 200 alınmıştır. PID denetleyicinin çıkışı, kontrol akım referansını oluşturmaktadır. Akım denetleyicilerinin çıkışı, sisteme uygulanan kontrol gerilim değerini ifade etmektedir. Kontrol gerilimleri harici bozuntulara karşı kontrol akımı üretmek için uygulanır. P_1 ve P_3 kutup sarımları denetleyici çıkışlarına bağlı olarak gerilim

seviyesini değiştiren sürücüler (Driver_x1_1 ve Driver_x1_3) ile enerjilendirilmektedir.

Kutuplama (bias) akımı (i_b) devreye sürekli uygulanmakta ve rotor ağırlığına göre hesaplanmaktadır. Ağırlığı 3 kg olan rotor için kutuplama akımı 16. eşitlik kullanılarak hesaplanmış ve yaklaşık 4 A değeri elde edilmiştir (yerçekim ivmesi (g) 10 m/s^2 alınmıştır). Bu akım değerini elde etmek için devreye sabit 2 V uygulanmıştır. P_1 kutbu sürülürken kontrol akımı ile kutuplama akımı toplanmakta, P_3 kutbu sürülürken kutuplama akımından kontrol akımı çıkarılmaktadır.

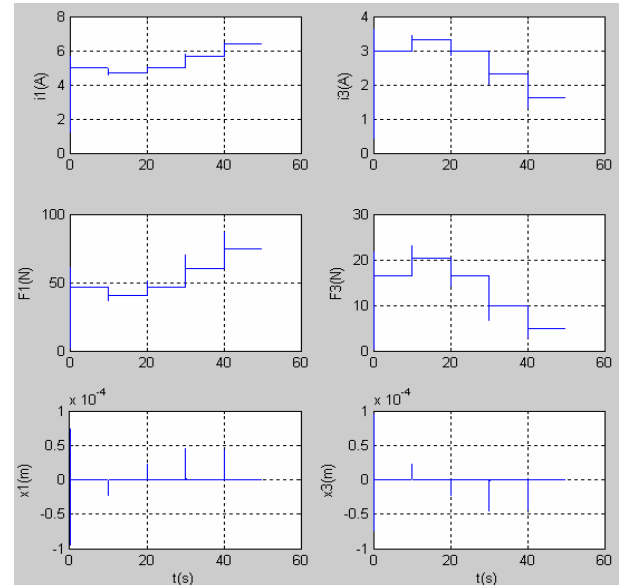
$$F = m * G = \frac{1}{2} i_b^2 \frac{L_o}{g} \Rightarrow i_b = \sqrt{\frac{2 * g * m * G}{L_o * \cos \theta}} \quad (16)$$

Yatak parametreleri aşağıda verilmektedir;

Kutup Endüktansı : 2 mH
Kutup Direnci : 0.5 ohm
Hava Aralığı : 0.5 mm
Rotor Başlangıç Deplasmanı : 0.1 mm
Rotor Kütlesi : 3 kg
Kutup Açısı (θ) : 22.5°
Yerçekim Açısı : 0°

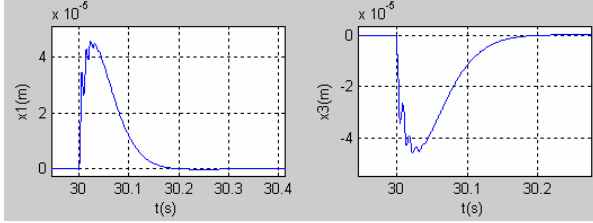
5. Tartışma

Yukarıdaki parametrelere sahip manyetik yatak sisteminin 50 saniye süreyle benzetim çalışması yapılmıştır. Bu süre boyunca rotor kütlesinden kaynaklanan 30 N’luk yük daima manyetik yatağa etmektedir. Bunun dışında 10. saniyeden itibaren 10 N, 20. saniyeden itibaren -10 N, 30. saniyeden itibaren -20 N ve 40. saniyeden itibaren de -20 N’luk bozuntu kuvvetleri rotora uygulanmaktadır. Bozuntu kuvvetlerine karşı yatak akımları, elektromanyetik kuvvetler ve rotor deplasmanı Şekil 9’da görülmektedir.



Şekil 9: Bozuntu kuvvetlerine karşı elde edilen yatak akımları, elektromanyetik kuvvetler ve rotor deplasmanları

Bozuntu kuvvetinin değişimi bir kutupta akım artışına neden olurken diğer kutupta akım düşüşüne neden olmaktadır. Akım değişimine benzer şekilde elektromanyetik kuvvetler de üretilmektedir. Bozuntu kuvvetinin uygulandığı andaki rotor deplasmanlarının hiçbir zaman 0.1 mm değerine ulaşmadığı görülmektedir. Rotor bozuntu kuvveti uygulandığı andan itibaren yaklaşık 0.2 saniyede sıfır konumuna geri dönmektedir (Şekil 10).



Şekil 10: Bozuntu kuvveti sonucunda oluşan rotor deplasmanı

6. Sonuçlar

Aktif manyetik yatak temelde bir elektrik makinası olup doğrusal manyetik kuvvetler oluşturarak işlevini yerine getirmektedir. Aktif manyetik yatakların çıkışı olarak kabul edilen manyetik kuvvetlerin oluşması, iki etken sayesinde gerçekleşmektedir. Bu etkenlerden birisi giriş akımı, ikincisi ise rotor deplasmanıdır. Rotor deplasmanı, etkisini endüktans değişimi ile gösterir. Rotor deplasmanı ile endüktans değişimi arasında doğrusal olmayan bir ilişki vardır. Basitleştirmek amacıyla çalışma noktası etrafında doğrusallaştırma yapılır. Sistemin gerçek dinamik tepkisini görmek için sistem parametrelerinin değişim ifadeleri bilinmelidir. Oluşturulan dinamik model, tüm harici bozuntulara karşı sistem davranışının tamamen elde edilmesini sağlamaktadır.

7. Teşekkür

Yazarlar, oluşturulan çalışma ortamından dolayı TUSAŞ'a teşekkür eder.

8. Kaynakça

- [1] Chiba, A., Fukao, T., Ichikawa, O., Oshima, M., Takemoto, M., and Dorrel, D. G., *Magnetic Bearings and Bearingless Drives*, ELSEVIER, Oxford, 2005.
- [2] Schweitzer, G., and Maslen, E.H., *Magnetic Bearings*, Springer, Virginia, 2009.
- [3] Sahinkaya, M. N., and Hartavi, A. E., "Variable Bias Current in Magnetic Bearings for Energy Optimisation", *IEEE Trans. on Magnetics*, 43(3):1052-1060, 2007.
- [4] Matsumura, F., and Yoshimoto, T., "System Modeling and Control Design of a Horizontal-Shaft Magnetic-Bearing System", *IEEE Trans. on Magnetics*, 22(3):196-203, 1986.